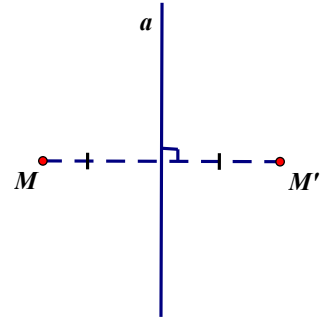


§3. PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC

1. Định nghĩa phép đối xứng trục

Nhắc lại: Điểm M' gọi là đối xứng với điểm M qua đường thẳng a nếu a là đường trung trực của đoạn thẳng MM' . Nếu M nằm trên a thì ta xem M đối xứng với chính nó qua a .



Định nghĩa 1

Phép đối xứng qua đường thẳng a là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' đối xứng với M qua a . Kí hiệu là D_a và đường thẳng a gọi là trục đối xứng.

2. Định lí

Phép đối xứng trục là một phép dời hình.

Chú ý:

- a) Phép đối xứng qua trục Ox biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ thì

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \text{ (biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục } Ox)$$

- b) Phép đối xứng qua trục Oy biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ thì

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \text{ (biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục } Oy)$$

3. Trục đối xứng của một hình

Định nghĩa 2

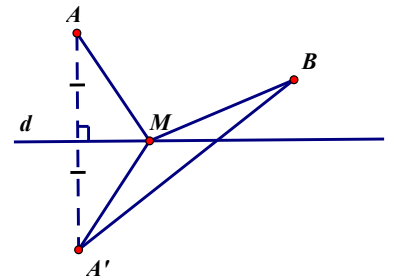
Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình H nếu phép đối trục D_d biến H thành chính nó.

4. Áp dụng

Ví dụ 1. Cho hai điểm A và B nằm về một phía của đường thẳng d . Hãy xác định điểm M trên đường thẳng d sao cho $AM + MB$ bé nhất.

Giải

Vẽ A' đối xứng với A qua đường thẳng d thì $AM + MB = A'M + MB \geq A'B$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi M là giao điểm của đoạn thẳng $A'B$ và đường thẳng d .



Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;5)$, đường thẳng $d: x + 2y + 4 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của M, d và (C) qua phép đối xứng trục Ox .

Giải

Gọi $M', d', (C')$ theo thứ tự là ảnh của $M, d, (C)$ qua D_{Ox} .

Khi đó $M'(1; -5)$.

* **Tìm ảnh của d .**

Lấy $A(x; y) \in d \Rightarrow x + 2y + 4 = 0$ (1)

Gọi $A'(x'; y')$ là ảnh của A qua phép đối xứng D_{Ox} .

Ta có $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = -y' \end{cases}$. Thay vào (1) ta được $x' - 2y' + 4 = 0$.

Vậy $d': x - 2y + 4 = 0$.

*** Tìm ảnh của (C).**

Cách 1: (C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi I', R' là tâm và bán kính của (C') thì $I'(-1; -2)$ và $R' = R = 3$.

Do đó $(C') : (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Cách 2: Lấy $B(x; y) \in (C) \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ (2).

Gọi $B'(x'; y')$ là ảnh của B qua phép đối xứng D_{Ox} . Ta có

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = -y' \end{cases}$$

Thay vào (2) ta được $x'^2 + y'^2 + 2x' + 4y' - 4 = 0$.

Vậy $(C') : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$.

Biên soạn: Huỳnh Kim Dũng.